



ANALYSE SPATIO TEMPORELLE DES TRAJECTOIRES DE PARTICULES DANS UNE SUSPENSION EN ECOULEMENT

Patrick Snabre^{a,*}, Octavian Blaj^a, Bernard Pouligny^a

(a) Université Bordeaux, Centre de Recherche Paul Pascal, CNRS UPR 8641, 33600, Pessac, France

*Correspondant: snabre@crpp-bordeaux.cnrs.fr

Résumé : Nous proposons une méthode spatiotemporelle originale et rapide pour analyser les trajectoires fluctuantes de particules dans un plan et estimer le champ de déplacement localement uniforme ainsi que le coefficient de diffusion des particules dans la direction de l'écoulement.

1 Analyse du flot optique

La mesure du flot optique est une étape de traitement de bas niveau d'une séquence d'images pour extraire le champ de déplacement des objets [1].

La méthode classique de vélocimétrie par image de particules (PIV) consiste à découper une première image en zones indépendantes plus ou moins grandes et rechercher les zones les plus ressemblantes dans une seconde image en minimisant un critère d'erreur (corrélation) [2,3]. Les méthodes de suivi de particules deviennent imprécises dans le cas de particules animées de fluctuations de position. Des zones d'intérêt de trop grande dimension ne permettent pas en effet de restituer les structures fines du champ de déplacement des objets alors que des zones d'intérêt de dimension réduite contribuent à multiplier le nombre de solutions possibles au détriment de la précision [3].

Les travaux fondateurs de Horn et Schunk en 1980 [4] basés sur une approche variationnelle pour estimer un champ dense de déplacement de chaque pixel ont contribué au développement de méthodes alternatives d'analyse multi-échelles (filtrage spatio-temporel [5], analyse par ondelettes [6]). Les méthodes d'estimation du flot optique supposent la conservation de la luminance de chaque pixel au cours du déplacement et un champ localement uniforme.

Parmi les méthodes multi-échelles, une idée intuitive pour estimer le flot optique est de considérer la séquence d'images comme un volume spatio-temporel. Une analyse de la structure de la pile dans le volume permet alors d'extraire une information locale sur le champ de déplacement dans un plan. Dans ce contexte, nous proposons une méthode originale et rapide de flot optique pour estimer le champ de vitesses mais aussi le coefficient de diffusion des objets dans le sens du déplacement [7].

Dans une première partie, des simulations numériques permettent de valider une estimation du coefficient de diffusion des objets dans le sens du

déplacement par une méthode spatio-temporelle. La seconde partie concerne des expériences de visualisation de particules sous nappe laser en géométrie Couette [8] et plus particulièrement la mesure du coefficient de diffusion hydrodynamique $D_{\theta\theta}$ de sphères dures en suspension dans un fluide fluorescent iso-dense.

1.1 Analyse spatio-temporelle des trajectoires

Nous avons développé des simulations numériques du déplacement uniforme et fluctuant de disques sur des trajectoires circulaires. La méthode de type Lagrangienne consiste en une projection spatio-temporelle des niveaux de gris dans la direction orthoradiale sur une région d'intérêt de forme circulaire parallèle au déplacement des disques et de faible dimension radiale (\approx diamètre $2a$ des disques, région d'intérêt en jaune sur la Figure 1a). L'image spatiotemporelle $T[\theta, r, t]$ regroupe les trajectoires linéaires fluctuantes des disques qui explorent la région d'intérêt (Figure 2b). L'image d'autocorrélation $C[T]$ fait apparaître une ligne de crête centrée et inclinée sous un angle ψ (Figure 1c). La vitesse moyenne azimutale $v_{\theta}(r)$ des disques détermine l'orientation ψ de la ligne de crête:

$$v_{\theta}(r) = (f_i / f_s) \operatorname{tg}[\psi(r)] \quad (1)$$

où f_i et f_s désignent respectivement les fréquences d'échantillonnage temporelle et spatiale. Les fluctuations angulaires de position des disques contribuent par ailleurs à une décroissance en loi de puissance du niveau de gris $g_{\psi}(c) \approx c^{-1/2} \langle \delta\theta^2 \rangle^{-1/2}$ des pixels le long de la ligne de crête de l'image d'autocorrélation ($\langle \delta\theta^2 \rangle$ désigne la moyenne quadratique des fluctuations angulaires, Figure 1d). Par analogie avec les modèles statistiques en spectroscopie de fluorescence [9], la fonction de corrélation $g_{\psi}(c)$ se met sous la forme:

$$g_\psi(c) = h_\psi(c) \left(1 + c |\cos \psi| / c_D f_t\right)^{-1/2} \quad (2)$$

avec $c_D = a^2 / 2D_{\theta\theta}$ et $D_{\theta\theta} = r^2 <\delta\theta^2>^{1/2} f_t$

La grandeur $D_{\theta\theta}$ désigne le coefficient de diffusion dans la direction orthoradiale et $h_\psi(c)$ une fonction des dimensions du volume spatiotemporel.

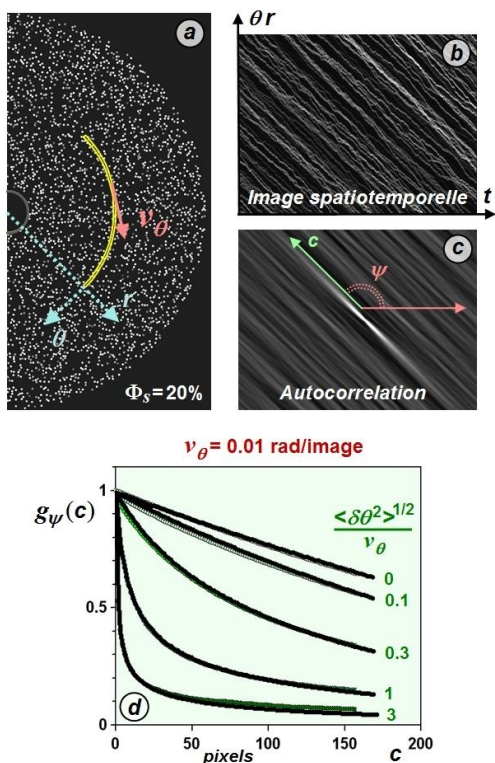


Figure 1 Analyse spatiotemporelle du déplacement localement uniforme et fluctuant de disques sur des trajectoires circulaires (a). Image spatiotemporelle $T[\theta, t]$ des trajectoires fluctuantes (b) et image d'autocorrélation $C[T]$ (c). Variation du niveau de gris $g_\psi(c)$ des pixels le long de la ligne de crête orientée sous un angle ψ pour différentes valeurs de la fluctuation angulaire moyenne de position $\langle\delta\theta^2\rangle^{1/2}$ des disques (d).

Une analyse spatiotemporelle d'une séquence de 1000 images permet ainsi une estimation rapide et précise de la vitesse moyenne azimutale $v_\theta(r)$ sur cinq décades et du coefficient de diffusion orthoradiale $D_{\theta\theta}$ des objets. Les déplacements hors plan des objets peuvent amener à surestimer la diffusion dans la direction orthoradiale mais une telle analyse se justifie pour un temps de vie $\mu > c_D |\cos \psi|$ suffisamment long des pixels dans le plan de capture [10]. En raison de la faible dimension radiale $\approx 2a$ de la région d'intérêt, la dispersion de Taylor reste par ailleurs négligeable en particulier pour un coefficient de diffusion radial D_{rr} inférieur au coefficient de diffusion orthoradiale $D_{\theta\theta}$ [10].

1.2 Suspensions de sphères dures

Ce paragraphe concerne des expériences en géométrie Couette contra-rotative (gap ≈ 5 mm, vitesse différentielle de rotation des cylindres $0.1 \text{ rad/s} < \Omega < 1 \text{ rad/s}$) et des suspensions de sphères de PMAA (diamètre $\approx 200 \mu\text{m}$) dans un fluide visqueux fluorescent et iso-dense. Une nappe laser horizontale (longueur d'onde 514nm) excite la fluorescence du fluide et une caméra CMOS (Hamamatsu Orca flash) enregistre une séquence de 1000 images en régime stationnaire (Figure 2a).

Une analyse spatio-temporelle de la séquence donne le profil de concentration $\Phi(r)$ en particules, le profil de vitesses $v_\theta(r)$ et le coefficient de diffusion orthoradiale $D_{\theta\theta}$ à fort taux de déformation $\dot{\gamma}t > 1$ ($\dot{\gamma}$ désigne le taux de cisaillement local). Le coefficient de diffusion sans dimension $D_{\theta\theta} / a^2 \dot{\gamma} \approx 0.5$ prend une valeur relativement indépendante de la concentration locale Φ et du cisaillement local $\dot{\gamma}$, en accord avec les données expérimentales de Breedveld *et coll.* [11] mais chute de manière spectaculaire pour une concentration $\Phi \approx 0.55 - 0.56$ voisine de la concentration d'empilement aléatoire (Figure 2c). Dans ce régime, les effets de cage ralentissent considérablement les fluctuations de position des particules.

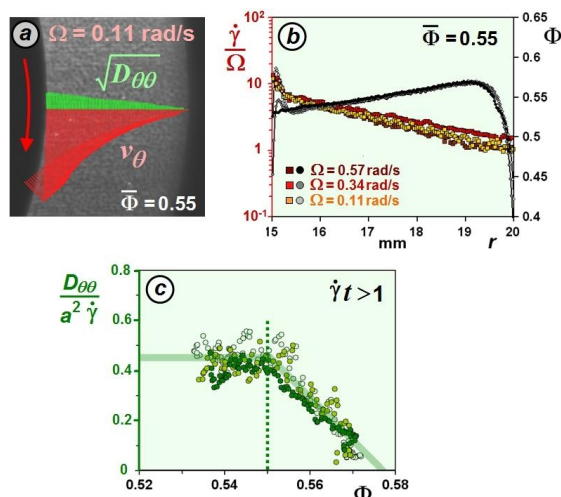


Figure 2 Ecoulement en géométrie Couette d'une suspension à 55% de sphères de PMMA dans un fluide fluorescent iso-dense (a). Taux de cisaillement local $\dot{\gamma}(r)$ et fraction volumique locale $\Phi(r)$ dans l'entrefer du Couette (b). Coefficient de diffusion orthoradiale sans dimension en fonction de la fraction volumique locale en particules à fort taux de déformation (c).

2 References

[1] Gibson J.J., *The Perception of the Visual World*, (Houghton Mifflin, 1950).

- [2] Adrian R., Particle imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23:261-304 (1991).
- [3] Prasad A. K., Particle image velocimetry, *Current Science*, 79(1): 101-110 (2000).
- [4] Horn B.K.P., and Schunck B.G., Determining optical flow, *Artificial Intelligence*, 17:185-203 (1981).
- [5] Adelson E.H., and Bergen J.R., Spatiotemporal energy models for the perception of vision, *J. Opt. Soc. America A*. 2:284-299 (1985).
- [6] Bernard C.P., Discrete wavelet analysis for fast optic flow computation. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 11(1):32-63 (2001).
- [7] Snabre P., Blaj O., Pouligny B., Shear-induced diffusion of particles in a granular paste sheared in a large gap Couette cell, *2nd IMA Conference on Dense Granular Flows*, 1- 4 july, Cambridge, UK, 2013.
- [8] Blaj O., Merzeau P., Snabre P., Pouligny B., An automated single-particle tracker: application to characterization of non-azimuthal motion in Couette flows at low Reynolds number, *Exp. Fluids* 50(6): 1559-1570 (2011).
- [9] Rigler, R., and E. S. Elson, *Fluorescence Correlation Spectroscopy, Theory and Applications.*, Springer Series in Chemical Physics, 65 (Springer-Verlag, Heidelberg, 2001).
- [10] Snabre P., Blaj O., Pouligny B., A new spatiotemporal method for a quantitative analysis of the shear - induced particle diffusion in non colloidal suspensions, *Exp. Fluids* (soumis).
- [11] Breedveld V., van den Ende D., Bosscher M., Jongschaap R. J. J., and Mellema J., Measurement of the full shear - induced self-diffusion tensor of non colloidal suspensions, *J. Chem. Phys.*, 116 (23): 10529-10535 (2002).